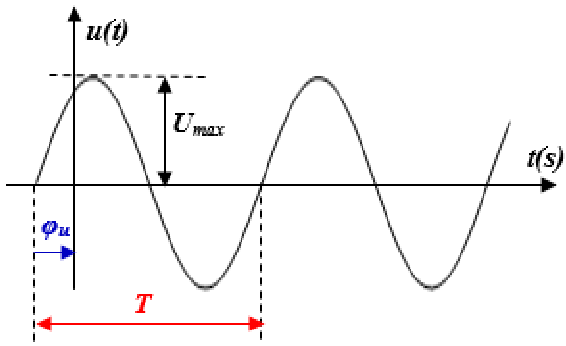
Expression instantanée d'une tension alternative sinusoïdale



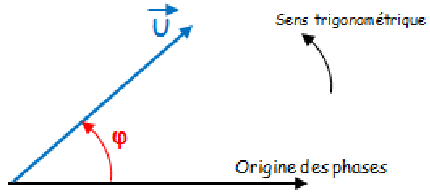
$$u(t) = \hat{U}\sin(\omega t + \varphi) = U\sqrt{2}\sin(\omega t + \varphi)$$

- $\hat{U} = U\sqrt{2}$ est la **valeur maximale** ou **amplitude** de u.
- U est la **valeur efficace** de u.
- ω est la **pulsation ou vitesse angulaire** en rad/s :
  $\omega = 2.\pi.f = 2.\pi/T$ avec $f = 1/T$.
- f est la **fréquence** en Hertz et T est la **période** en (s).
- $\omega t + \varphi$ est **la phase** à l'instant t exprimée en radian.
- φ est **la phase à l'origine** ($t = 0$).

Représentation de Fresnel

*Toute grandeur sinusoïdale (tension ou courant) sera représentée par un **vecteur de longueur sa valeur efficace** et d'**angle sa phase à l'origine**.*

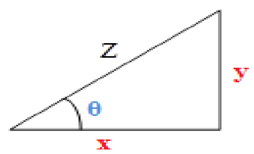
Grandeur sinusoïdale	Vecteur de Fresnel associé
$u(t) = U\sqrt{2}\sin(\omega t + \varphi)$	$\vec{U}$
Valeur efficace : U	Norme : $\lVert \vec{U} \rVert = U$
Phase à l'origine : φ	Angle φ



Représentation complexe

À toute grandeur sinusoïdale, on peut associer le nombre complexe noté $\underline{Z}$ que l'on peut exprimer :

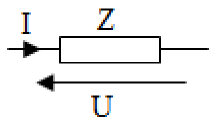
- Soit sous la forme algébrique (cartésienne ou **rec**tangulaire) : $\underline{Z} = x + jy$
- Soit sous la forme trigonométrique (ou **pol**aire) : $\underline{Z} = [Z\ ;\ \theta]$



$$Z = [Z, \theta] = Z\cos\varphi + j\,Z\sin\varphi \text{ et } Z = x + j.y = [\sqrt{x^2 + y^2}\ ;\ \theta = \tan^{-1}(y/x)]$$

Où : Z module, θ argument, x partie réelle, y partie imaginaire

Loi d'ohm



$u(t) = U\sqrt{2}\sin\omega t$
$i(t) = I\sqrt{2}\sin(\omega t - \varphi)$
$\varphi = (\vec{I}, \vec{U})$

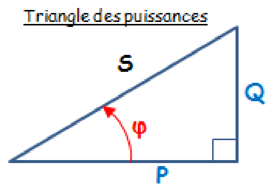
En valeur efficace : $U = Z\,.\,I$

Z est l'impédance du récepteur en Ω, elle dépend de la nature de ce dernier :

	Résistance R	Inductance L	Condensateur C
Impédance **Z** (Ω)	$Z = R$	$Z = L\omega$	$Z = 1/C\omega$
Tension efficace **U** (V)	$U = R.\,I$	$U = L\omega.\,I$	$U = I/C\omega$
Déphasage **φ** (rad)	0	$\pi/2$	$-\,\pi/2$
Puissance active **P** (W)	$P = UI = RI^2 = U^2/R$	$P = 0$	$P = 0$
Puissance réactive **Q** (VAR)	$Q = 0$	$Q = UI = L\omega I^2 = U^2/L\omega$	$Q = -\,UI = -\,C\omega U^2 = -\,I^2/C\omega$
Puissance apparente **S** (VA)	$S = P$	$S = Q$	$S = -\,Q$

Puissances et le facteur de puissance

Active : $P = U.\,I.\cos\varphi$
Réactive : $Q = U.\,I.\sin\varphi$
Apparente : $S = \sqrt{P^2 + Q^2} = U\,.\,I$



Un facteur de puissance $\cos\varphi$ *faible entraine une augmentation du courant en ligne donc des pertes et une consommation davantage de l'énergie réactive.*

*Pour **relever ce facteur** on insère un **condensateur C** en **parallèle** avec la charge :*

$$C = \frac{P(\tan\varphi - \tan\varphi')}{U^2\omega}$$